Mathématisation en contexte d'enseignement : quelques enjeux autour de la résolution d'un problème « réaliste »

Nadine Bednarz, Lily Bacon, Caroline Lajoie, Jean-François Maheux et Mireille Saboya
Groupe de recherche sur la formation à l'enseignement des mathématiques (GREFEM)
Département de Mathématiques, Université du Québec à Montréal, C.P. 8888, succursale centre ville, Montréal, H3C3P8

grefem@uqam.ca

Abstract. This study is part of a collaborative research that aims at informing the work of mathematics pedagogical consultants on classroom problem solving (PS) and teachers support. More specifically, we try to identify key issues mathematics pedagogical consultants face, within their professional practice, about PS in a teaching context, and ways in which they can cope with them. In this presentation, we will focus on some challenges emerging from data analysis related to mathematization of realistic problem solving.

Résumé. Cette étude fait partie d'un projet de recherche collaborative visant à éclairer le travail de conseillers pédagogiques en mathématiques au regard de la résolution de problèmes (RP) et de l'accompagnement des enseignants. Plus spécifiquement, il s'agit d'éclairer les enjeux auxquels ils sont confrontés à l'égard de la RP en contexte d'enseignement, de l'intérieur de leur pratique professionnelle, et les manières de faire permettant d'y faire face. Nous nous attardons, dans cette présentation, aux enjeux, émergeant de l'analyse des données, portant sur la mathématisation de problèmes réalistes.

1. Résolution de problèmes en contexte d'enseignement et travail des conseillers pédagogiques

L'importance accordée à la résolution de problèmes (RP) dans l'enseignement des mathématiques, est confirmée par plusieurs décennies de recherches, qui ont permis d'éclairer la notion de problème (Brousseau, 1983; Lukenbein, 1984-1985; Douady, 1987) et ses caractéristiques (Artigue & Houdement, 2007; Burkhardt & Bell, 2007; Cai & Nie, 2007; D'Ambrosio, 2007; Hino, 2007; Santos-Trigo, 2007;

Schoenfeld, 2007; Coppé & Houdement, 2009; Lajoie & Bednarz, 2012, 2016), le processus de RP (e.g. Schoenfeld, 1985, 1994), les différentes fonctions assignées à la RP dans l'enseignement des mathématiques (Lajoie & Bednarz, 2014) ou encore l'exploitation de certains types de problèmes en classe (Buckhardt, 1984; Arsac et al., 1988; Charnay, 1992-93; Tanner & Jones, 1994; Grenier & Payan, 1998, 2003; Adjiage & Rauscher, 2013; Oval-Soto & Oliveira, 2012). Parmi ces travaux, plusieurs mettent en évidence les difficultés que pose la gestion de cette RP en classe, notamment dans la prise en compte des solutions des élèves, dont celles erronées (Oliveira, 2008), la prise en charge de la validation (Barry, 2009; Saboya, 2010), l'instauration d'une culture de recherche dans la classe (Barry, 2009) ou encore l'exploitation mathématique de problèmes complexes (Maheux, 2007). Ces différentes études révèlent la complexité de cette RP en classe pour l'enseignant.
Par ricochet, ces résultats viennent questionner les CP, placés aux premières loges lorsqu'il s'agit d'accompagnement des enseignants. Ces CP sont en effet amenés à soutenir et accompagner ces enseignants au regard de la RP, un élément clé du programme de formation, agissant comme « ressources » dans la mise en œuvre de ce programme (Houle & Pratte, 2003). Or, une analyse historique des documents officiels québécois de 1900 à nos jours met en évidence le caractère de plus en plus ambitieux de ce travail associé à la RP (Lajoie & Bednarz, 2012, 2016) et l'éclairage quasi inexistant fourni aux enseignants pour aborder cette résolution (Lajoie, Bednarz, 2014). Elle souligne ainsi indirectement la présence d'enjeux importants associés à la résolution de problèmes en contexte d'enseignement et à l'accompagnement des enseignants, comme nous avons pu d'ailleurs le constater lors de rencontres nationales avec ces CP. Les difficultés vécues par les enseignants, en lien avec l'exploitation de problèmes en classe et leur évaluation, se répercutent dans les demandes qu'ils adressent aux CP, qui ne sont pas toujours en mesure d'y répondre, ou qui s'interrogent à leur propos. Bien sûr, les CP ont des *manières de faire* pour répondre à ces demandes, mais ils sentent le besoin de se distancer de ces pratiques spontanées, et de se faire une idée plus précise des enjeux, questions qui se posent, afin de supporter leur intervention.
Ainsi la nécessité de clarifier ce que recouvre cette résolution dans un contexte d'enseignement, d'en cerner les enjeux et les approches possibles, constitue un défi de taille, et confirme l'importance d'avancer, sur le plan de la recherche, dans la clarification et la prise en compte de ces enjeux. Nous nous centrons plus particulièrement dans cette présentation sur quelques enjeux, émergeant de notre analyse, associés à la mathématisation.

2. Processus de mathématisation : une première réponse théorique

Dans la perspective de la « Realistic Mathematics Education » (RME) (Freudenthal, 1991), le processus de modélisation, plus large que celui de mathématisation, s'articule sur l'activité informelle des élèves. Ces modèles émergents, qui permettent d'avancer dans la résolution de situations « réelles »

(Gravermeijer, 1999), sont appelés, tout au long du processus, à se restructurer et à être revisités par les élèves, et ce en lien avec cette situation de départ ou de nouvelles situations. Streefland (1991, 1993) parle, pour rendre compte de cette activité, du passage du *« model of »* au *« model for »* pour exprimer le fait qu'au début un modèle est créé en lien avec une situation donnée et que ce modèle sera appelé à être généralisé à d'autres situations. Ce processus de modélisation comprend deux phases profondément imbriquées, celles de formulation et de validation (Burkhardt, 1984). Selon Bélair (2004), l'aspect le plus difficile de la phase de formulation, le plus sous-estimé et aussi le plus imprévisible, est celui de la mathématisation. Le courant de la RME réfère à deux types de mathématisation, une mathématisation horizontale où des outils mathématiques sont mobilisés et utilisés pour structurer et résoudre une situation (du monde réel au monde des représentations, symboles) et une mathématisation verticale qui se joue à un niveau purement mathématique (circonscrite au seul monde des symboles) (Treffers, 1987, Freudenthal, 1991). Cette mathématisation progressive, permettant d'aller plus loin sur la généralisation des modèles, part des stratégies disponibles, dont les possibilités de généralisation se négocient dans la classe avec les pairs et l'enseignant. C'est donc à travers les interactions dans la classe que se construit une « culture de modélisation » (Tanner et Jones, 1994), s'articulant sur la production et la validation de construits provisoires développés par les élèves. On perçoit bien à travers ce qui précède le rôle central qu'est appelé à jouer l'enseignant dans ce processus et, en conséquence, le défi auquel est confronté le CP chargé d'accompagner les enseignants au regard de cette activité de modélisation.

3. Quelques repères méthodologiques pour aborder l'analyse des enjeux

Une recherche collaborative (au sens de Desgagné et al., 2001, Bednarz, 2013, 2015) a été mise en place pour explorer, avec des conseillers pédagogiques, les enjeux rencontrés en lien avec la résolution de problèmes en contexte d'enseignement. Il s'agit ici de faire sens avec les CP, de l'intérieur de leur pratique professionnelle, de ces enjeux, en s'appuyant pour cela sur leur expérience du métier, ce que Lessard (2008) nomme une « intelligence du terrain ». Les chercheurs sont également appelés à participer à cette explicitation en puisant à un bagage d'expériences et de connaissances sur le plan didactique, par rapport à l'objet RP, qui peut ici être mis à profit. Plus précisément, 8 CP responsables du dossier mathématiques au primaire, provenant de 5 commissions scolaires différentes, prenant en compte des contextes diversifiés susceptibles d'affecter le travail du CP, participent à ce projet de recherche collaborative qui s'étend sur deux ans (2016-2018). Il prend la forme de rencontres réflexives d'une journée complète (5 la 1ère année, 6 la deuxième année) qui forment le matériau de base de notre analyse. Nous revenons dans cette présentation sur une partie de ces rencontres, la 3ème (22 février 2016), ayant pris forme autour de problèmes sans données numériques, amenés par les uns et les autres : un devoir que le groupe s'était donné lors de la rencontre précédente, dans la perspective de réfléchir au choix de problèmes susceptibles de forcer une analyse et un engagement dans une activité mathématique de la part des élèves.

4. Autour d'un problème réaliste : quelques enjeux émergeant de l'analyse

Le problème des taxes, amené par l'un des CP, va faire ressortir des enjeux fondamentaux à propos de la résolution de problèmes « réalistes » et de leur mathématisation. Ce problème, formulé ainsi par CP4 [1] : « Doit-on choisir de calculer la taxe avant ou après un rabais? », est une adaptation d'un problème de Mason (1994)[2]. En puisant ici à diverses ressources- expérimentations conduites en classe par les CP avec des élèves (10-14 ans), expérimentations auprès d'enseignants du primaire lors d'accompagnements par les CP, leur propre engagement face au problème- les discussions vont mettre en lumière à la fois le potentiel d'un tel problème pour la mathématisation mais aussi les entraves possibles, enjeux que soulève le travail autour de ce problème.

Un problème intéressant du point de vue d'une mathématisation progressive

La discussion entre les chercheurs et les CP fait ressortir a priori le potentiel de ce problème du point de vue de sa mathématisation. Cet énoncé met en effet en jeu une double généralisation possible ouvrant sur un processus de mathématisation horizontale et verticale, comme le montrent les propos qui suivent.

> CP4 (référant ici au problème de Mason, dont le problème proposé est une adaptation) : on se place dans la peau de la caissière, mais en fait est-ce que ça marche tout le temps, que ce soit 20% de rabais ou euh si je donne un rabais de 60%, est-ce que c'est la même chose? C'est comme on peut le donner, on peut le mettre sans donnée numérique [sous-entendu sans montant de départ sur lequel s'applique la taxe ou le rabais].
>
> C2 : on revient à ton idée de généraliser tout à l'heure, parce que peu importe le montant considéré [cas du problème initial de Mason] ou les taxes considérées [cas du problème énoncé par CP4], on va arriver à la même conclusion

L'analyse montre toutefois qu'un tel processus de mathématisation ne va pas de soi au regard du contexte choisi, un contexte dit « réaliste ».

Emprise du contexte : une entrave possible à la mathématisation

Le contexte va exercer, nous le voyons dans ce qui suit, une forte emprise sur la manière dont des élèves et des enseignants, à qui un tel problème a été proposé, s'engagent dans sa résolution.

---

[1] L'abréviation CP reprise dans l'analyse réfère aux conseillers pédagogiques, et C réfère aux chercheurs

[2] Le problème initial, formulé par Mason (1994), est ainsi énoncé : un magasin accorde un rabais de 20% et facture la taxe de vente de 15%. Qu'est-ce que la caissière devrait d'abord calculer, le rabais ou la taxe ?

CP 4 : Bien ici on peut se placer dans la peau de l'acheteur, du vendeur ou même du gouvernement.
C1 : C'est vrai
CP4 : Quand je l'ai vécu en classe, rapidement les élèves ont demandé « qu'est-ce qu'on doit faire? ». Ils voulaient savoir c'était quoi la règle, puis j'ai été obligé d'aller chercher pour la TPS[3], pour aller trouver que la taxe doit absolument être calculée sur le montant effectivement payé, donc le rabais doit se placer avant. Sinon c'est un peu injuste pour le vendeur qui se trouve à payer une taxe sur le prix qu'il ne nous a pas vendu.
CP8 (faisant référence à une expérimentation avec des enseignants) : Face à cette enseignante qui cherche quand même à nous challenger un peu souvent …donc euh j'ai sorti ce problème là en me disant si tu comprends l'idée des propriétés, tu es en mesure de répondre à cette question là. Donc je leur soumets le problème puis là elle voit, elle comprend l'idée des propriétés derrière, que pour le consommateur ça change rien en bout de ligne. Mais effectivement après ça, ça été « bien c'est bien beau, mais on sait que ce n'est pas de même que ça marche » […]

Cette emprise du contexte amène à relativiser le problème posé au regard du point de vue, de la posture de celui qui se pose la question : les enseignants à qui le problème a été donné vont chercher, par exemple, à se positionner comme consommateur, puis comme marchand, en se donnant des exemples, ou encore à comprendre la règle utilisée par le gouvernement. Elle peut aussi, comme le montre ce qui suit, devenir une entrave à la mathématisation, en enlevant toute pertinence à cette mathématisation.

C2 : Mais quelqu'un pourrait te dire c'est quoi l'intérêt de cette question là puisqu'on sait que dans la vraie vie, c'est toujours sur le montant initial [qu'est calculé le rabais]
C1 : bien on se demande si ça fait une différence [….]. Est-ce que ça fait une différence? Est-ce qu'on est en train de se faire avoir comme consommateur?
C2 : Non mais je me fais l'avocat du diable en me disant que dans la classe quelqu'un pourrait dire ça. […]
CP8 : Une fois que tu te prêtes au jeu puis que tu dis admettons « ok on essaie de voir » puis que tu te rends compte que si tu regardes du point de vue du consommateur ça change rien, mais bon l'aspect demeure de dire « ouais dans la vraie vie, on sait qu'on n'a pas le choix »

Un résultat qui surprend, étonne (lorsqu'on accepte de se prêter au jeu) et force à raisonner mathématiquement pour aller plus loin

Un doute quant à la réponse, explicité à travers les propos provenant d'enseignants et de CP, laisse voir le potentiel d'un tel problème au regard d'un engagement dans une validation.

CP4 : parce que je l'ai présenté à des profs de maths, des profs de maths qui sont très matheux là, puis ils étaient pas sûrs.
CP1 : c'est contre instinctif.

---

[3] TPS : taxe sur les produits et services.

CP5 : puis là vraiment je suis en train de douter à savoir « là coudonc, c'est tu un piège cette affaire là, ça reviens tu à la même affaire? ». Je veux dire là, je ne sais même pas mathématiquement, je ne sais même pas si, si…bon je rougis là.
(et plus tard alors que le groupe continue à discuter de ce type de problème)
CP5 : Mais moi ça me prend l'os, je vais rester toute la journée là dessus.

Le caractère contre-intuitif et l'enjeu de la validation

L'objectif est ici double pour ceux qui sont confrontés à un tel problème, essayer de répondre à la question, mais aussi trouver pourquoi une telle réponse est vraisemblable. C'est ici, dans la discussion, que tout l'enjeu de la validation va apparaître au regard du caractère contre-intuitif de cette réponse :

CP5 : ben là je sais pas. J'ai vraiment une conception. Je me dis c'est sûrement une conception erronée que j'ai là. Mais je veux dire, je tomberais, s'il y a un piège, je tomberais dedans.
C : Alors qu'est-ce que tu répondrais toi? Qu'est-ce que la caissière devrait faire?
CP5 : Ben écoute mon intuitif là fait « ah bien oui, je vais aller calculer la taxe après le rabais parce que la taxe va être moins forte ». Mais je sais que c'est un piège, mais je ne sais pas pourquoi.

L'enjeu de la validation, comme nous le verrons dans ce qui suit, n'en est pas uniquement un de *validation pour (se) convaincre* (que la réponse est vraisemblable), en ayant recours pour cela à une exemplification (à l'aide de différents nombres) ou à un passage à l'algèbre qui permet de nous convaincre de l'égalité peu importe le prix de départ ou les pourcentages associés au rabais et à la taxe. Il en est surtout un de *validation pour comprendre* (pourquoi il en est ainsi).

C2 : OK, puis CP5, es-tu convaincu?
CP5 : Bien, j'en reviens pas. Je suis pas convaincu. Ça arrive à la même chose mais je suis pas convaincu. J'essaie d'aller…vraiment j'ai un besoin d'aller comprendre comme il faut les propriétés effectivement […]
C1 : C'est que là tu es convaincu parce que tu l'as essayé sur un montant d'argent, n'est-ce pas?
CP5 : ouais
C1 : OK, puis là tu te demandes si pour d'autres montants d'argent..
CP5 : même pas
C2 : même pas?
CP5 : non
C1 : Tu es sûr que ça marche tout le temps?
CP5 : je suis sûr que ça va marcher tout le temps.
C1 : OK
CP5 : mais je veux comprendre pourquoi en fait. Je comprends intellectuellement la propriété…c'est comme quelque chose…écoute ça traduit réellement comment j'ai appris les maths dans mon enfance admettons. Théoriquement, la propriété elle est là mais pas sûr…hein comme un petit doute pour dire « là il y a quelque chose qui est là mais c'est pas…c'est pas intégré…ça vit pas »
CP4 : Ta tête est pas en accord avec ton ventre [rires].
CP5 : oui exactement, exactement.

> CP1 : est-ce qu'on ne fait pas face à deux réactions à ce moment là. C'est se dire comme toi « oui je le sais que ça marche avec tous les nombres, mais comment ça se fait que ça marche ? Ou bien je ne suis pas sûre que ça marche avec tous les nombres »

Se convaincre que cette réponse est vraisemblable mais surtout comprendre pourquoi il en est ainsi, apparaît ainsi un enjeu fort de la modélisation associée à ce problème, dans la mesure où la réponse obtenue est contre intuitive. On retrouve là deux significations essentielles de la preuve mises en évidence dans les analyses épistémologiques menées à son sujet à différentes époques : convaincre versus éclairer (Barbin, 1987-1988).

Valider pour éclairer vient interroger le type de modèle qui permet d'entrer dans une telle compréhension. Le recours à l'exemplification ou à la symbolisation algébrique, ce que CP5 nomme une compréhension intellectuelle de la propriété, ne suffit pas, ou du moins pas toujours, comme le montrent bien les propos précédents.

Discussion

Quelques enjeux associés au pilotage d'un tel problème en classe peuvent être anticipés à la lumière de ce qui précède : comment gérer l'emprise d'un contexte réaliste dans une classe, levier possible à toutes sortes d'entrées non nécessairement pertinentes sur le plan mathématique? Comment contrer l'intuition dans l'exploitation du problème? Quels modèles peuvent aider à éclairer le caractère vraisemblable de cette réponse contre-intuitive? Quels sont ces modèles émergents développés par les élèves pour justifier le caractère vraisemblable de cette réponse? Comment tirer partie de ces différents modèles dans le retour sur les solutions des élèves?

Ces différents enjeux reviennent dans d'autres cas. L'emprise du contexte a ainsi été soulignée par plusieurs recherches qui pointent que ce dernier peut constituer un frein à la mise en place d'une activité mathématique (Perrin-Glorian, 1993, Roiné, 2012). Aussi la question des relances face à des solutions des élèves, notamment des solutions erronées, l'exploitation des solutions des élèves lors du retour, au regard notamment de la validation, constituent des moments critiques dans l'instauration d'une culture de modélisation dans la classe.

Ils posent, pour les CP, la question centrale de l'accompagnement des enseignants autour de ces moments clés : comment accompagner des enseignants à piloter des problèmes en classe pour que soient pris en compte ces enjeux et que se développe une culture de modélisation chez les élèves?

Références.

Adjiage, R., & Rauscher, J.C. (2013). Résolution d'un problème de modélisation et pratique écrite de l'écrit. *Recherches en didactique des mathématiques*, 33 (1), 9-43.

Arsac, G., Germain, G., ET Mante, M. (1988). *Problème ouvert et situation-problème*. Lyon: IREM de Lyon.

Artigue, M., & Houdement, C. (2007). Problem solving in France: Didactic and curricular perspectives. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 39, 365–382.

Barbin, E. (1987-1988). La démonstration mathématique : significations épistémologiques et questions didactiques. *Bulletin de l'APMEP*, no 366, 591-620.

Barry, S. (2009). *Analyse des ressources mises à contribution par enseignant et chercheur dans l'élaboration de scénarios d'enseignement en dénombrement visant le développement de la modélisation en secondaire 1*. Thèse de doctorat en éducation, Université du Québec à Montréal, Montréal.

Bednarz, N. (2013). *Recherche collaborative et pratique enseignante. Regarder ensemble autrement*. Paris : L'Harmattan.

Bednarz, N. (2015). Rencontre avec…La recherche collaborative. Carrefours de l'éducation, numéro thématique Rencontre entre chercheurs et praticiens : quels enjeux ? juin, no 39, 171-184.

Bélair, J. (2004). Chaos et complexité, modèles et métaphores : quelles leçons pour l'enseignement des mathématiques ? Dans F. Caron (Ed.), *Affronter la complexité : Nouvel enjeu de l'enseignement des mathématiques ?* (pp 135-145), Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec, Québec : Université Laval.

Bergé, A., & Duarte, B. (2015). Choix didactiques des enseignants de mathématique pour la résolution de problèmes en classe. Dans A. Adihou, L. Bacon, D. Benoit, et C. Lajoie (Eds.), *Regards sur le travail de l'enseignant de mathématiques* (pp. 64-72), Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec (GDM). Université de Sherbrooke.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 4(2), 165–198.

Buckhardt, H. (1984). Modelling in the classroom: how can we get it to happen? In J.S. Berry, D.N. Burghes, I.D. Huntley, D.J. James et A.O. Moscardini (Eds.), *Teaching and applying mathematical modelling* (pp. 39-47), Chichester: Ellis Horwood.

Buckhardt, H., & Bell, A. (2007). Problem solving in the United Kingdom. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (ZDM), 39, 395-403.

Cai, J., & Nie, B. (2007). Problem solving in Chinese mathematics education: Research and practice. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM), 39, 459-473.

Charnay, R. (1992-1993). Problème ouvert, problème pour chercher. *Grand N*, no 51, 77-83.

Coppé, S., & Houdement, C. (2009). Résolution de problèmes à l'école primaire française : perspectives curriculaire et didactique. *Actes du 36e colloque de la*

Commission permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire (COPIRELEM).

D'Ambrosio, U. (2007). Problem solving: A personal perspective from Brazil. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM*), 39, 515-521.

Desgagné, S., Bednarz, N., Couture, C., Poirier, L., et Lebuis, P. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation : un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation*, 27(1), 33-64.

Douady, R. (1987). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 5–31.

Freudhental, H. (1991). *Revisiting mathematics education*, China Lectures. Dordrecht : Kluwer.

Gravermeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and learning,* 1(2), 155-177.

Grenier, D., & Payan, C. (1998). Spécificités de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes. *Recherches en didactique des mathématiques,* 18(2), 59–100.

Grenier, D., & Payan, C. (2003). Situations de recherche en « classe », essai de caractérisation et proposition de modélisation. *Cahiers du Séminaire National de Didactique des Mathématiques.* Paris: Association de la recherche en didactique des mathématiques (ARDM).

Hino, K. (2007). Toward the problem-centered classroom: Trends in mathematical problem solving in Japan. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM)*, 39, 503-514.

Houle, H., & Pratte, M. (2003). Les conseillères et les conseillers pédagogiques. Qui sont-ils? Que font-ils? *Pédagogie collégiale*, 17, 2.

Lajoie, C., & Bednarz, N. (2012). Évolution de la résolution de problèmes en enseignement des mathématiques au Québec : un parcours sur cent ans des programmes et documents pédagogiques. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education,* 12(2), 178-213. Routledge.

Lajoie, C., & Bednarz, N. (2014). La résolution de problèmes en mathématiques au Québec : évolution des rôles assignés par les programmes et des conseils donnés aux enseignants. *Éducation et francophonie*, 42(2), 7–23.

Lajoie, C., & Bednarz, N. (2016). La notion de situation-problème en mathématiques au début du XXIe siècle au Québec : rupture ou continuité? *Revue Canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies / Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 16(1), 1-27.

Lessard, C. (2008). Entre savoirs d'expérience des enseignants, autorité ministérielle et recherche : les conseillers pédagogiques. Dans P. Perrenoud, M. Altet, C. Lessard, L. Paquay (Eds.), *Conflits de savoirs en formation des enseignants : entre savoirs issus de la recherche et savoirs issus de* *l'expérience* (169-181). Bruxelles : De Boeck.

Lukenbein, D. (1984-1985). La résolution de problèmes et le processus d'apprentissage en mathématique. *Instantanés mathématiques*, 21 (numéro spécial D), 5–9.

Maheux, J.F (2007). *Le modèle de Wenger et la classe de mathématiques au secondaire : analyse du processus d'invention d'une situation pour le contexte ordinaire du travail d'un enseignant*. Maîtrise en enseignement des mathématiques, Université du Québec à Montréal.

Mason, J. (1994). *L'esprit mathématique*. Montréal : Éditions Modulo.

Oliveira, O. (2008). *Exploration de pratiques d'enseignement de la proportionnalité au secondaire en lien avec l'activité mathématique induite chez les élèves dans des problèmes de proportion*. Thèse de doctorat en éducation, Université du Québec à Montréal.

Oval-Soto, C.-P., & Oliveira, I. (2012). La planification des enseignants sur la résolution de problèmes: À quoi pensent-ils? *Quaderni di Ricerca in Didattica,* 22 (1), 372-377.

Perrin-Glorian, M.J. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes faibles. *Recherches en didactique des mathématiques,* vol 13(1-2).

Roiné, C. (2012). Analyse anthropo-didactique de l'aide mathématique aux élèves en difficultés : l'effet pharmakeia. *Carrefours de l'éducation*, mai, no33.

Santos-Trigo, M. (2007). Mathematical problem solving: An evolving research practice domain. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM),* 39, 523-536.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.

Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education. A paradigm of developmental Research*. Dordrecht : Kluwer.

Streefland, L. (1993). The design of a mathematics course. A theoretical reflection. *Educational Studies in Mathematics*, 25(1-2), 109-135.

Tanner, H., & Jones. S. (1994). Using peer and self-assessment to develop modelling skills with students aged 11 to 16 : a socio-constructive view. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 413-431.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions : a model of goal and theory description in mathematics education : The Wiskobas project*. Dordrecht : Kluwer.